



## 01 Scintilla

Facile | Soluzioni ragionate

Leggi dopo aver provato. Sono validi anche altri ragionamenti corretti.

### 01 Risposta: 6

Hai le cifre 1, 2 e 3. Quanti numeri di due cifre puoi formare senza ripetere una cifra nello stesso numero?

1. Per la prima cifra hai 3 possibilità. Dopo averla scelta, ne restano 2 per la seconda.
2. In tutto:  $3 \times 2 = 6$  numeri. Sono 12, 13, 21, 23, 31 e 32.

### 02 Risposta: 3

Un sacchetto contiene 5 palline rosse e 5 blu. Quante palline devi estrarre, senza guardare e senza rimetterle nel sacchetto, per essere sicuro di averne almeno 2 dello stesso colore?

1. Con 2 estrazioni potresti avere una pallina rossa e una blu: non basta.
2. La terza pallina deve essere rossa oppure blu. In entrambi i casi forma una coppia con una delle prime due.
3. Quindi il minimo è 3.

### 03 Risposta: 2

In un recinto ci sono soltanto galline e conigli. In tutto conti 6 teste e 16 zampe. Quanti conigli ci sono?

1. Sei galline avrebbero  $6 \times 2 = 12$  zampe. Le zampe osservate sono 16, cioè 4 in più.
2. Sostituire una gallina con un coniglio aggiunge 2 zampe. Servono  $4 \div 2 = 2$  conigli.
3. Controllo: 2 conigli e 4 galline hanno  $8 + 8 = 16$  zampe.

### 04 Risposta: 10

Tre quadrati uguali sono disposti in fila. Due quadrati vicini condividono un lato. Usi un fiammifero per ogni lato piccolo e non sovrapponi fiammiferi. Quanti fiammiferi servono?

1. Il primo quadrato richiede 4 fiammiferi.
2. Il secondo condivide un lato e ne aggiunge 3. Anche il terzo ne aggiunge 3.
3. Totale:  $4 + 3 + 3 = 10$ .



## 01 Scintilla

Facile | Soluzioni ragionate

Leggi dopo aver provato. Sono validi anche altri ragionamenti corretti.

### 05 Risposta: 8

Ada è in una fila. Davanti a lei ci sono 3 persone e dietro di lei ce ne sono 4. Quante persone ci sono in tutto nella fila?

1. Conta i 3 davanti, Ada e i 4 dietro.
2.  $3 + 1 + 4 = 8$  persone.



## 02 Esploratore

Medio-facile | Soluzioni ragionate

Leggi dopo aver provato. Sono validi anche altri ragionamenti corretti.

### 01 Risposta: 4

Hai esattamente 6 gettoni. Ogni gettone vale 2 oppure 5 punti, e il valore totale è 24 punti. Quanti gettoni da 5 punti hai?

1. Se tutti valessero 2 punti, avresti  $6 \times 2 = 12$  punti. Mancano 12 punti per arrivare a 24.
2. Ogni sostituzione di un gettone da 2 punti con uno da 5 aumenta il totale di 3 punti.
3. Servono  $12 \div 3 = 4$  gettoni da 5 punti. Gli altri 2 valgono 2 punti ciascuno:  $20 + 4 = 24$  punti.

### 02 Risposta: 22

Un campanile suona 6 rintocchi in 10 secondi, misurati dall'inizio del primo all'inizio del sesto. Gli intervalli sono tutti uguali. Quanti secondi passano dall'inizio del primo all'inizio del dodicesimo rintocco?

1. Cinque intervalli durano 10 secondi, quindi ogni intervallo dura 2 secondi.
2. Tra il primo e il dodicesimo rintocco ci sono 11 intervalli.
3. Tempo totale:  $11 \times 2 = 22$  secondi.

### 03 Risposta: 5

Devi salire una scala di 4 gradini. A ogni passo sali di 1 oppure di 2 gradini. In quanti modi diversi puoi arrivare esattamente in cima? Conta come diversi due ordini diversi dei passi.

1. Senza passi da 2:  $1+1+1+1$ , un modo.
2. Con un passo da 2:  $2+1+1$ ,  $1+2+1$ ,  $1+1+2$ , tre modi.
3. Con due passi da 2:  $2+2$ , un modo. In tutto  $1 + 3 + 1 = 5$ .



## 02 Esploratore

Medio-facile | Soluzioni ragionate

Leggi dopo aver provato. Sono validi anche altri ragionamenti corretti.

### 04 Risposta: 15

Sei amici si incontrano. Ogni coppia di amici si stringe la mano una sola volta. Quante strette di mano avvengono?

1. Contando 5 strette per ciascuno dei 6 amici ottieni 30.
2. Ogni stretta è stata contata da entrambe le persone: devi dividere per 2.
3.  $30 \div 2 = 15$  strette di mano.

### 05 Risposta: 10

Quattro numeri interi positivi consecutivi hanno somma 46. Qual è il più piccolo?

1. La somma è  $n + (n+1) + (n+2) + (n+3) = 4n + 6$ .
2. Quindi  $4n + 6 = 46$  e  $4n = 40$ :  $n = 10$ .
3. Controllo:  $10 + 11 + 12 + 13 = 46$ .



## 03 Stratega

Intermedio | Soluzioni ragionate

Leggi dopo aver provato. Sono validi anche altri ragionamenti corretti.

### 01 Risposta: 47

Quanti numeri interi da 1 a 100, estremi inclusi, sono divisibili per 3 oppure per 5, o per entrambi?

1. I multipli di 3 sono 33; quelli di 5 sono 20.
2. I multipli di entrambi sono i multipli di 15: 15, 30, 45, 60, 75, 90, cioè 6.
3. Il totale è  $33 + 20 - 6 = 47$ .

### 02 Risposta: 12

Dipingi tutte le 6 facce esterne di un cubo e poi lo dividi in 27 cubetti uguali, con 3 cubetti lungo ogni spigolo. Quanti cubetti hanno esattamente 2 facce dipinte?

1. Un cubetto con esattamente 2 facce dipinte sta su uno spigolo, ma non su un vertice.
2. Ogni spigolo ha un solo cubetto centrale di questo tipo. I vertici hanno invece 3 facce dipinte.
3. Gli spigoli del cubo sono 12: i cubetti cercati sono 12.

### 03 Risposta: 12

Usi le cifre 1, 2, 3 e 4 per formare numeri di 3 cifre, senza ripetizioni. Quanti di questi numeri sono pari?

1. Per l'ultima cifra hai 2 possibilità: 2 o 4.
2. Scelta l'ultima, hai 3 possibilità per la prima e 2 per la seconda.
3. In tutto:  $2 \times 3 \times 2 = 12$  numeri pari.

### 04 Risposta: 10

Parti da un punto A e devi arrivare a B, che si trova 3 passi a destra e 2 passi in alto. Puoi fare solo passi a destra o in alto. Quanti percorsi diversi, lunghi esattamente 5 passi, esistono?

1. Un percorso è una sequenza di 5 passi: 3 a destra e 2 in alto.
2. Scegli le 2 posizioni dei passi in alto fra le 5 disponibili.
3. Le coppie di posizioni sono  $5 \times 4 \div 2 = 10$ .



## 03 Stratega

Intermedio | Soluzioni ragionate

Leggi dopo aver provato. Sono validi anche altri ragionamenti corretti.

### 05 Risposta: 12

Oggi una madre ha il triplo degli anni di sua figlia. La somma delle loro età è 48 anni. Fra quanti anni la madre avrà esattamente il doppio degli anni della figlia?

1. Se la figlia ha  $x$  anni, la madre ne ha  $3x$ . Quindi  $4x = 48$ : figlia 12, madre 36.
2. Fra  $t$  anni:  $36+t = 2(12+t)$ . Sviluppando:  $36+t = 24+2t$ .
3. Ottieni  $t = 12$ . Fra 12 anni avranno 24 e 48 anni.



## 04 Esperto

Medio-difficile | Soluzioni ragionate

Leggi dopo aver provato. Sono validi anche altri ragionamenti corretti.

### 01 Risposta: 18

Una griglia ha 3 colonne e 2 righe di quadratini. Quanti rettangoli diversi puoi tracciare usando le linee della griglia come lati? Conta anche i quadrati e i rettangoli formati da più quadratini.

1. Ci sono 4 linee verticali: puoi sceglierne 2 in  $4 \times 3 \div 2 = 6$  modi.
2. Ci sono 3 linee orizzontali: puoi sceglierne 2 in 3 modi.
3. Ogni scelta verticale si combina con ogni scelta orizzontale:  $6 \times 3 = 18$  rettangoli.

### 02 Risposta: 960

Qual è il più grande numero intero positivo non superiore a 1000 che è divisibile contemporaneamente per 3, per 4 e per 5?

1. Il minimo comune multiplo di 3, 4 e 5 è 60.
2.  $60 \times 16 = 960$ , mentre  $60 \times 17 = 1020$  supera 1000.
3. Il numero cercato è 960.

### 03 Risposta: 47

Un numero di due cifre ha la somma delle cifre uguale a 11. Scambiando le due cifre ottieni un numero che supera di 27 quello iniziale. Qual è il numero iniziale?

1. La somma dà  $a+b = 11$ . La differenza fra numero invertito e iniziale è  $(10b+a) - (10a+b) = 9(b-a)$ .
2. Da  $9(b-a) = 27$  ottieni  $b-a = 3$ . Insieme ad  $a+b = 11$ , segue  $a = 4$  e  $b = 7$ .
3. Il numero iniziale è 47. Controllo:  $74 - 47 = 27$ .



## 04 Esperto

Medio-difficile | Soluzioni ragionate

Leggi dopo aver provato. Sono validi anche altri ragionamenti corretti.

### 04 Risposta: 11

Scegli numeri distinti dall'insieme 1, 2, ..., 20. Qual è il minimo numero di scelte che garantisce, qualunque siano i numeri scelti, la presenza di due numeri con somma 21?

1. Ci sono 10 coppie, ciascuna con somma 21.
2. Con 10 scelte puoi prendere un numero da ogni coppia: per esempio 1,2,...,10. Quindi 10 non garantisce la somma 21.
3. Con 11 scelte almeno una delle 10 coppie deve essere presa interamente. Il minimo è 11.

### 05 Risposta: 36

Distribuisci 10 gettoni identici in 3 scatole etichettate A, B e C. Ogni scatola deve ricevere almeno un gettone. In quanti modi diversi puoi farlo? Conta solo quanti gettoni riceve ciascuna scatola.

1. Tra 10 gettoni in fila ci sono 9 spazi interni.
2. Scegli 2 spazi diversi per i separatori: il primo gruppo va in A, il secondo in B, il terzo in C.
3. Le scelte sono  $9 \times 8 \div 2 = 36$ . Ogni distribuzione corrisponde a una sola scelta dei separatori.



## 05 Maestro

Difficile | Soluzioni ragionate

Leggi dopo aver provato. Sono validi anche altri ragionamenti corretti.

### 01 Risposta: 9

Qual è la cifra delle unità di  $7^{2026}$ ?

1. Le cifre delle unità sono 7, 9, 3, 1 e si ripetono ogni 4 potenze.
2.  $2026 = 4 \times 506 + 2$ : serve il secondo posto del ciclo.
3. La cifra delle unità è 9.

### 02 Risposta: 59

Trova il più piccolo intero positivo che lascia resto 2 quando è diviso per 3, resto 3 quando è diviso per 4 e resto 4 quando è diviso per 5.

1. Se il numero è  $n$ , allora  $n+1$  è divisibile per 3, per 4 e per 5.
2. Il più piccolo multiplo positivo comune è 60. Quindi  $n = 60 - 1 = 59$ .
3. Controllo:  $59 = 3 \times 19 + 2 = 4 \times 14 + 3 = 5 \times 11 + 4$ .

### 03 Risposta: 2

Un triangolo rettangolo ha cateti di 6 cm e 8 cm. Qual è il raggio, in centimetri, del cerchio inscritto, cioè tangente a tutti e tre i lati?

1. Per Pitagora, l'ipotenusa misura 10 cm. L'area del triangolo è  $6 \times 8 \div 2 = 24 \text{ cm}^2$ .
2. Unendo il centro del cerchio ai vertici ottieni tre triangoli con altezza  $r$ . La loro area totale è  $(6+8+10)r \div 2 = 12r$ .
3. Quindi  $12r = 24$  e  $r = 2 \text{ cm}$ .



## 05 Maestro

Difficile | Soluzioni ragionate

Leggi dopo aver provato. Sono validi anche altri ragionamenti corretti.

### 04 Risposta: 9

Quante coppie ordinate di interi positivi  $(x, y)$  soddisfano  $1/x + 1/y = 1/6$ ? Le coppie  $(x, y)$  e  $(y, x)$  contano come diverse quando  $x$  è diverso da  $y$ .

1. Da  $6x+6y = xy$  ricavi  $xy-6x-6y+36 = 36$ , cioè  $(x-6)(y-6) = 36$ .
2. Dall'equazione iniziale entrambi  $x$  e  $y$  sono maggiori di 6. Quindi  $x-6$  e  $y-6$  sono divisori positivi di 36.
3. Poiché  $36 = 2^2 \times 3^2$ , ha  $(2+1)(2+1) = 9$  divisori positivi. Ogni scelta di  $x-6$  determina un solo  $y-6$ .
4. Le coppie ordinate sono 9. Per esempio  $(7,42)$  e  $(42,7)$  sono due coppie diverse.

### 05 Risposta: 76

Hai 9 punti disposti in una griglia quadrata regolare di 3 righe e 3 colonne. Quanti triangoli non degeneri puoi formare scegliendo 3 punti come vertici?

1. Le terne di 3 punti scelti fra 9 sono  $9 \times 8 \times 7 \div 6 = 84$ .
2. Le terne allineate sono 8: le 3 righe, le 3 colonne e le 2 diagonali principali. Nessun'altra retta contiene 3 punti di questa griglia.
3. Un triangolo deve avere i vertici non allineati:  $84-8 = 76$ .



## 06 Finale

Molto difficile | Soluzioni ragionate

Leggi dopo aver provato. Sono validi anche altri ragionamenti corretti.

### 01 Risposta: 30

Da una scacchiera  $8 \times 8$  togli due caselle d'angolo opposte. Qual è il massimo numero di tessere  $1 \times 2$  che puoi collocare sulle caselle rimaste? Ogni tessera copre due caselle adiacenti per un lato e le tessere non possono sovrapporsi né uscire dalla scacchiera.

1. I due angoli opposti hanno lo stesso colore. Dopo averli tolti restano 30 caselle di quel colore e 32 dell'altro.
2. Ogni tessera usa una casella di ciascun colore: non puoi superare 30 tessere.
3. Il limite è raggiungibile: riempi le 6 righe centrali con 4 tessere orizzontali ciascuna, cioè 24 tessere.
4. Nella prima e nell'ultima riga restano 7 caselle consecutive: metti 3 tessere orizzontali in ognuna. In totale  $24 + 3 + 3 = 30$ .

### 02 Risposta: 14

Su una griglia vai da  $(0,0)$  a  $(4,4)$  con passi di una unità a destra o in alto. Non puoi mai trovarti sopra la diagonale  $y=x$ , ma puoi toccarla. Quanti percorsi sono possibili?

1. Indica con  $P(x,y)$  i percorsi ammessi fino al punto  $(x,y)$ . Metti  $P(x,0)=1$  e  $P(x,y)=0$  quando  $y > x$ .
2. Negli altri punti somma  $P(x-1,y) + P(x,y-1)$ : ogni ultimo passo arriva da uno di quei due punti.
3. Per  $x=1$  i valori da  $y=0$  a  $y=1$  sono 1,1. Per  $x=2$  sono 1,2,2; per  $x=3$  sono 1,3,5,5.
4. Per  $x=4$  sono 1,4,9,14,14. Quindi  $P(4,4)=14$ .



## 06 Finale

Molto difficile | Soluzioni ragionate

Leggi dopo aver provato. Sono validi anche altri ragionamenti corretti.

### 03 Risposta: 25

Il fattoriale  $n!$  è il prodotto  $1 \times 2 \times \dots \times n$ . Qual è il più piccolo intero positivo  $n$  per cui  $n!$  termina con almeno 6 zeri?

1. Nei fattoriali ci sono almeno tanti fattori 2 quanti fattori 5: il numero di zeri è quindi determinato dai fattori 5.
2. Fino a  $24!$ , i multipli di 5 sono 5, 10, 15, 20: forniscono soltanto 4 fattori 5.
3. In  $25!$ , i multipli 5, 10, 15, 20, 25 forniscono 5 fattori 5, e  $25=5^2$  ne fornisce uno aggiuntivo: in totale 6.
4. Prima di 25 il numero non può bastare. Il minimo è  $n=25$ .

### 04 Risposta: 35

Dall'insieme  $\{1, 2, \dots, 10\}$  scegli 4 numeri distinti in modo che nessuno sia consecutivo a un altro numero scelto. Quanti insiemi diversi puoi ottenere? L'ordine della scelta non conta.

1. Definisci  $y_1=x_1$ ,  $y_2=x_2-1$ ,  $y_3=x_3-2$ ,  $y_4=x_4-3$ . La distanza di almeno 2 tra gli  $x$  diventa una distanza di almeno 1 tra gli  $y$ .
2. Ottieni quindi quattro numeri distinti ordinati tra 1 e 7. Viceversa, da ogni scelta di quattro numeri tra 1 e 7 ricostruisci una scelta valida aggiungendo 0, 1, 2, 3.
3. Le scelte sono quindi le combinazioni di 7 elementi presi 4 alla volta:  $7 \times 6 \times 5 \times 4 \div (4 \times 3 \times 2 \times 1) = 35$ .

### 05 Risposta: 360

Qual è il più piccolo intero positivo che ha esattamente 24 divisori positivi, contando anche 1 e il numero stesso?

1. Le scomposizioni di 24 in fattori almeno 2 sono: 24;  $12 \times 2$ ;  $8 \times 3$ ;  $6 \times 4$ ;  $6 \times 2 \times 2$ ;  $4 \times 3 \times 2$ ;  $3 \times 2 \times 2 \times 2$ .
2. Sottraendo 1 a ogni fattore ottieni i possibili esponenti. Gli esponenti maggiori vanno ai primi più piccoli, a partire da 2, 3, 5, 7.
3. I numeri minimi per questi casi sono rispettivamente 8388608, 6144, 1152, 864, 480, 360 e 420.
4. Il minimo è  $360=2^3 \times 3^2 \times 5$ , che ha  $(3+1)(2+1)(1+1)=24$  divisori.