



05 Maestro

Difficile | Soluzioni ragionate

Leggi dopo aver provato. Sono validi anche altri ragionamenti corretti.

01 Risposta: 9

Qual è la cifra delle unità di 7^{2026} ?

1. Le cifre delle unità sono 7, 9, 3, 1 e si ripetono ogni 4 potenze.
2. $2026 = 4 \times 506 + 2$: serve il secondo posto del ciclo.
3. La cifra delle unità è 9.

02 Risposta: 59

Trova il più piccolo intero positivo che lascia resto 2 quando è diviso per 3, resto 3 quando è diviso per 4 e resto 4 quando è diviso per 5.

1. Se il numero è n , allora $n+1$ è divisibile per 3, per 4 e per 5.
2. Il più piccolo multiplo positivo comune è 60. Quindi $n = 60 - 1 = 59$.
3. Controllo: $59 = 3 \times 19 + 2 = 4 \times 14 + 3 = 5 \times 11 + 4$.

03 Risposta: 2

Un triangolo rettangolo ha cateti di 6 cm e 8 cm. Qual è il raggio, in centimetri, del cerchio inscritto, cioè tangente a tutti e tre i lati?

1. Per Pitagora, l'ipotenusa misura 10 cm. L'area del triangolo è $6 \times 8 \div 2 = 24 \text{ cm}^2$.
2. Unendo il centro del cerchio ai vertici ottieni tre triangoli con altezza r . La loro area totale è $(6+8+10)r \div 2 = 12r$.
3. Quindi $12r = 24$ e $r = 2 \text{ cm}$.



05 Maestro

Difficile | Soluzioni ragionate

Leggi dopo aver provato. Sono validi anche altri ragionamenti corretti.

04 Risposta: 9

Quante coppie ordinate di interi positivi (x, y) soddisfano $1/x + 1/y = 1/6$? Le coppie (x, y) e (y, x) contano come diverse quando x è diverso da y .

1. Da $6x+6y = xy$ ricavi $xy-6x-6y+36 = 36$, cioè $(x-6)(y-6) = 36$.
2. Dall'equazione iniziale entrambi x e y sono maggiori di 6. Quindi $x-6$ e $y-6$ sono divisori positivi di 36.
3. Poiché $36 = 2^2 \times 3^2$, ha $(2+1)(2+1) = 9$ divisori positivi. Ogni scelta di $x-6$ determina un solo $y-6$.
4. Le coppie ordinate sono 9. Per esempio $(7,42)$ e $(42,7)$ sono due coppie diverse.

05 Risposta: 76

Hai 9 punti disposti in una griglia quadrata regolare di 3 righe e 3 colonne. Quanti triangoli non degeneri puoi formare scegliendo 3 punti come vertici?

1. Le terne di 3 punti scelti fra 9 sono $9 \times 8 \times 7 \div 6 = 84$.
2. Le terne allineate sono 8: le 3 righe, le 3 colonne e le 2 diagonali principali. Nessun'altra retta contiene 3 punti di questa griglia.
3. Un triangolo deve avere i vertici non allineati: $84-8 = 76$.